

TD chapitre 1 :

Notions de variables aléatoires et lois de probabilité

Exercice 1

On lance deux dés. Soit D la variable aléatoire « valeur absolue de la différence des chiffres montrés par les deux dés ».

- a- Déterminer et représenter graphiquement la loi de probabilité de D.
- b- Déterminer la fonction de répartition de D.
- c- Calculer l'espérance et l'écart type de D.

Exercice 2

On lance trois fois une pièce de monnaie. Soit Z la variable aléatoire « nombre de fois où pile a été obtenu ».

- a- Déterminer la loi de probabilité de Z.
- b- Déterminer sa fonction de répartition.
- c- Calculer l'espérance et l'écart type de Z.

Exercice 3

Le responsable commercial d'une entreprise estime que les ventes prévisionnelles peuvent présenter trois valeurs possibles : 5000 DT avec une probabilité de 50%, 7000 DT avec une probabilité de 30% et 8000 DT avec probabilité p.

- 1- Quelle est la probabilité d'avoir des ventes de 8000 DT ?
- 2- Déterminer les ventes moyennes.
- 3- Déterminer la variance des ventes moyennes.

Exercice 4

Soit X la variable aléatoire discrète dont la fonction de répartition est :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ 0,6 & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 0,85 & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Déterminer l'espérance la variance et l'écart type de X.

Exercice 5

La loi de probabilité relative à une variable aléatoire X est résumée dans le tableau suivant :

x_i	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
$P(X = x_i)$	0,2	a	b	0,3

- 1- Déterminer les valeurs de a et b sachant que $E(X) = 2,5$
- 2- Déterminer la fonction de répartition de X.

Exercice 6

Au début d'un mois M le stock initial d'un produit fini est une variable aléatoire dont l'espérance mathématique est égale à 120 et l'écart type à 20. La production de ce produit au cours de ce mois est une variable aléatoire dont l'espérance mathématique est égale à 40 et l'écart type à 9. Les ventes de ce produit au cours du même mois M est également une variable aléatoire dont l'espérance mathématique est égale à 30 et l'écart type à 12. En supposant que ces variables aléatoires sont mutuellement indépendantes, déterminer les paramètres du variable aléatoire « stock final de ce produit fini ».

Exercice 7

Un investisseur dispose d'un portefeuille composé de 40% d'une action X et de 60 % d'une action Y. Les rendements possibles de ces actions sont comme suit :

R_{x_i}	<i>0.02</i>	<i>0.05</i>	<i>0.08</i>	<i>0.1</i>
$P(R_X = R_{x_i})$	0.2	0.4	0.3	0.1

R_{y_i}	<i>- 0.05</i>	<i>0.04</i>	<i>0.07</i>	<i>0.12</i>
$P(R_Y = R_{y_i})$	0.1	0.5	0.3	0.1

- 1- Déterminer les rendements espérés et la variance de chacune de ces actions.

Calculer le rendement espéré du portefeuille et sa variance sachant que la covariance entre les rendements des deux actions est $Cov(R_X, R_Y) = 0.25$.