

Corrigé du TD N°1

Exercice 1

Le lancement des deux dés donne lieu à 36 valeurs possibles. Si on désigne par D la différence des deux dés de chacun des résultats possibles, les valeurs possibles de D se présentent comme suit :

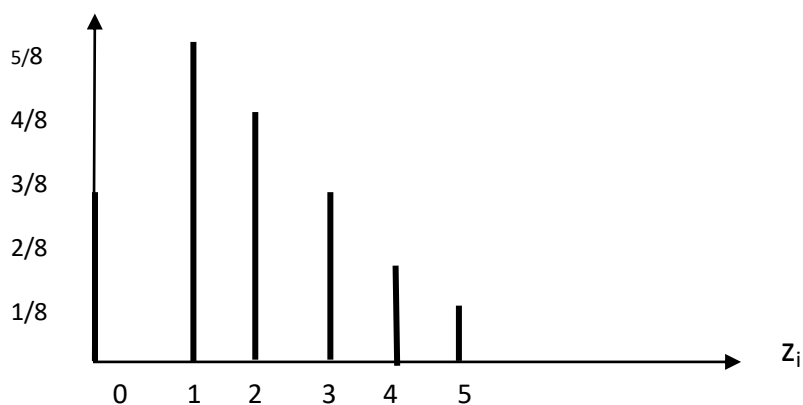
Dé n°1

		1	2	3	4	5	6
Dé	1	0	1	2	3	4	5
	2	1	0	1	2	3	4
n°2	3	2	1	0	1	2	3
	4	3	2	1	0	1	2
	5	4	3	2	1	0	1
	6	5	4	3	2	1	0

Les trente-six cases de ce tableau étant équiprobables on en déduit la loi de probabilité de D :

d_i	0	1	2	3	4	5
P_i	$6/36=3/18$	$10/36=5/18$	$8/36=4/18$	$6/36=3/18$	$4/36=2/18$	$2/36=1/18$

Cette loi s'illustre comme suit :



La fonction de répartition de la variable D se détermine comme suit :

Pour $d < 0$, $F(d) = 0$

Pour $0 \leq d < 1$, $F(d) = 3/18$

Pour $1 \leq d < 2$, $F(d) = 8/18$

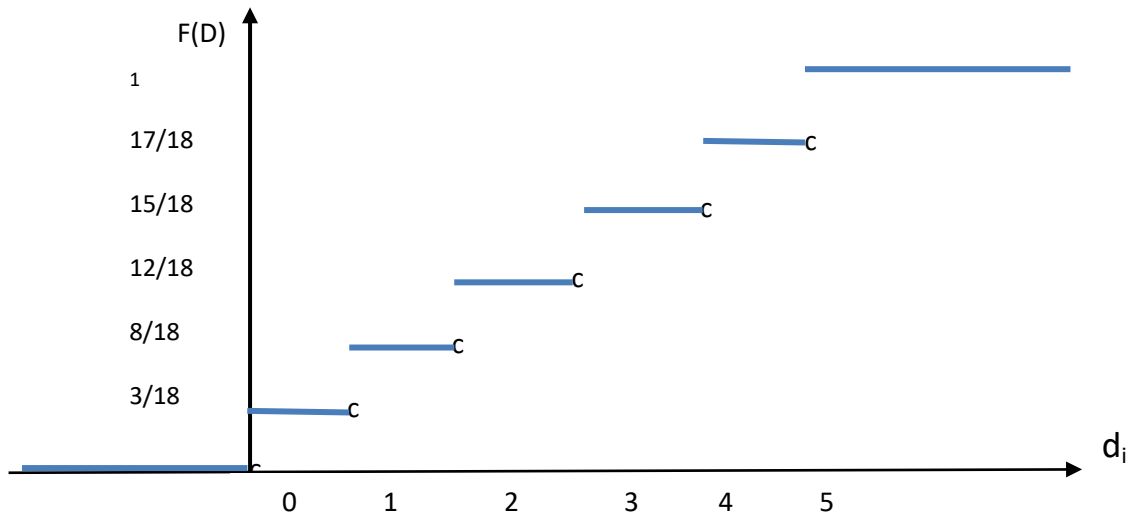
Pour $2 \leq d < 3$, $F(d) = 12/18$

Pour $3 \leq d < 4$, $F(d) = 15/18$

Pour $4 \leq d < 5$, $F(d) = 17/18$

Pour $d \geq 5$, $F(d) = 1$

Cette fonction de répartition s'illustre comme suit :



$$E(D) = \sum_{i=1}^N p_i d_i = 3/18 \times 0 + 5/18 \times 1 + 4/18 \times 2 + 3/18 \times 3 + 2/18 \times 4 + 1/18 \times 5 = 35/18 = 1.944$$

$$V(D) = \sum_{i=1}^N p_i d_i^2 - E(D)^2$$

$$= 3/18 \times 0^2 + 5/18 \times 1^2 + 4/18 \times 2^2 + 3/18 \times 3^2 + 2/18 \times 4^2 + 1/18 \times 5^2 - (35/18)^2 = 2.052$$

$$\sigma(D) = \sqrt{V(D)} = \sqrt{2.025} = 1.433$$

Exercice 2

Si on désigne par Ω l'ensemble des résultats possibles de l'épreuve aléatoire qui consiste à tirer trois fois la pièce de monnaie.

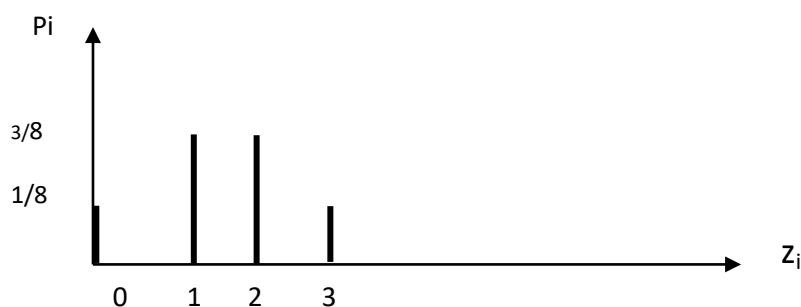
$$\Omega = \{PPP, PPF, PFF, PFP, FPP, FPF, FFF, FFP\}$$

L'ensemble des valeurs possibles de la variable Z qui correspond au nombre de pile obtenue est donc

$\{0, 1, 2, 3\}$. Ainsi la loi de probabilité de Z se présente comme suit :

z_i	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8

Cette loi de probabilité se représente par le diagramme en bâtons suivant :



La fonction de répartition de la variable Z se détermine comme suit :

Pour $z < 0$, $F(z) = 0$

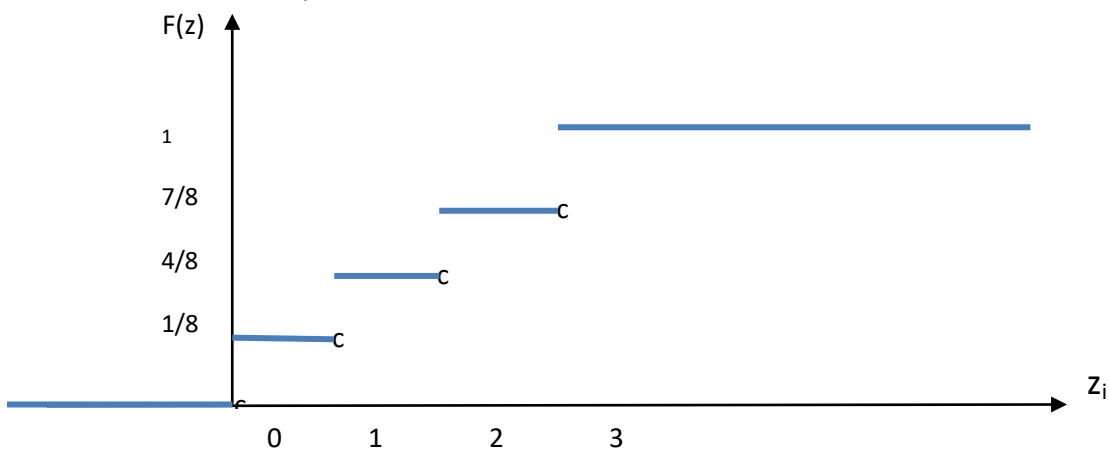
Pour $0 \leq z < 1$, $F(z) = 1/8$

Pour $1 \leq z < 2$, $F(z) = 4/8$

Pour $2 \leq z < 3$, $F(z) = 7/8$

Pour $z \geq 3$, $F(z) = 1$

Cette fonction de répartition s'illustre comme suit :



$$E(Z) = \sum_{i=1}^N p_i z_i = 1/8 \times 0 + 3/8 \times 1 + 3/8 \times 2 + 1/8 \times 3 = 12/8 = 1.5$$

$$V(Z) = \sum_{i=1}^N p_i z_i^2 - E(Z)^2 = 1/8 \times 0^2 + 3/8 \times 1^2 + 3/8 \times 2^2 + 1/8 \times 3^2 - 1.5^2 = 0.75$$

$$\sigma(Z) = \sqrt{V(Z)} = \sqrt{0.75} = 0.866$$

Exercice 3

Soit V les ventes mensuelles de cette entreprises, puisque $\sum p_i = 1$, $P(V = 8000) = 1 - 0.5 - 0.3 = 0.2$

Ainsi la loi de probabilité de Z se présente ainsi :

v_i	5000	7000	8000
p_i	0.5	0.3	0.2

$$E(V) = \sum_{i=1}^N p_i v_i = 0.5 \times 5000 + 0.3 \times 7000 + 0.2 \times 8000 = 6200$$

$$V(V) = \sum_{i=1}^N p_i v_i^2 - E(V)^2 = 0.5 \times 5000^2 + 0.3 \times 7000^2 + 0.2 \times 8000^2 - 6200^2 = 1\,560\,000$$

Exercice 4

Si on note I le stock initial, P la production, V les ventes et F le stock final.

$$E(I) = 120, \sigma(I) = 20 \rightarrow \sigma^2(I) = 400$$

$$E(P) = 40, \sigma(P) = 9 \rightarrow \sigma^2(P) = 81$$

$$E(V) = 30, \sigma(V) = 12 \rightarrow \sigma^2(V) = 144$$

D'après l'identité comptable stock final = stock initial + production – vente, on a:

$$F = I + P - V \rightarrow E(F) = E(I) + E(P) - E(V) = 120 + 40 - 30 = 130$$

$$\sigma^2(F) = \sigma^2(I) + \sigma^2(P) + \sigma^2(V) = 400 + 81 + 144 = 625 \text{ d'où } \sigma(F) = 25.$$