

Corrigé du TD N°5

Exercice 1

Soit X l'épaisseur des plaques.

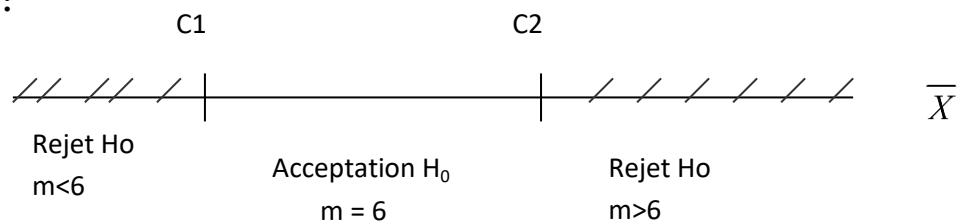
$$\sigma^2 = 0.25 \rightarrow (\sigma = \sqrt{0.25} = 0.5) \text{ d'où } \bar{X} \rightarrow N(m, \sigma / \sqrt{n})$$

La livraison est acceptée si $m = 6$, le test d'hypothèse est donc :

$$\begin{cases} H_0 : m = 6 \\ H_1 : m \neq 6 \end{cases}$$

La règle de décision est donc rejet de H_0 si $\bar{X} < c_1$ ou $\bar{X} > c_2$

Axe :



$$\alpha = 0.05 \rightarrow \alpha_{/2} = 0.025 \rightarrow F(t_{\alpha/2}) = 0.975 \rightarrow t_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\text{Avec } c_1 = m_0 - t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6 - 1.96 \times \frac{0.5}{\sqrt{16}} = 5.755$$

$$\text{et } c_2 = m_0 + t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6 + 1.96 \times \frac{0.5}{\sqrt{16}} = 6.245$$

$\bar{X} = 6.1 \rightarrow c_1 < \bar{X} < c_2 \rightarrow$ on retient H_0 et la commande est conforme aux normes.

Exercice 2

Soit X le salaire distribuée aux entreprises, $X \rightarrow N(m, \sigma)$,

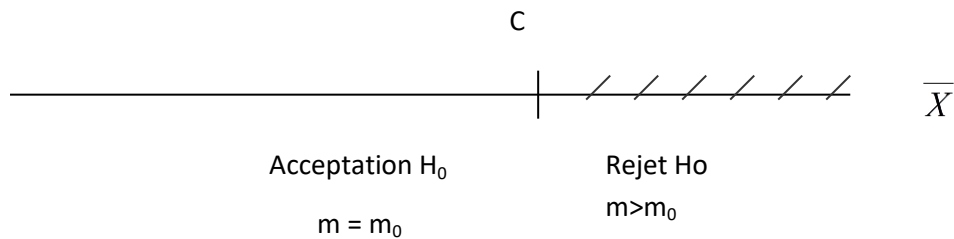
$$\sigma \text{ est inconnu, et } n = 25 < 30 \text{ d'où } \overline{X} \rightarrow T \quad (24)$$

Le test d'hypothèse consiste à vérifier si le salaire a augmenté ou non par rapport à sa valeur initiale de 495 ($m_0 = 475$), il s'agit donc d'un test à droite qui s'exprime ainsi :

$$\begin{cases} H_0 : m=475 \\ H_1 : m > 475 \end{cases}$$

La règle de décision est donc rejet de H_0 si $\bar{X} > c$ avec $c = m_0 + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$

Axe :



$\alpha = 0.05 \rightarrow t_{\alpha} = 1.711$ (d'après la table de student ddl=24)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = S = \sqrt{\frac{9600}{24}} = 20 \text{ d'où } c = 475 + 1.711 \times (20 / \sqrt{25}) = 481.844$$

$\bar{X} = 495 > c \rightarrow$ on retient l'hypothèse $H_1 \rightarrow$ Le salaire a augmenté par rapport à l'an dernier.

Exercice 3

Soit p la proportion des consommateurs influencés par la marque et f la proportion empirique observée. $f = 65/200 = 0.325$

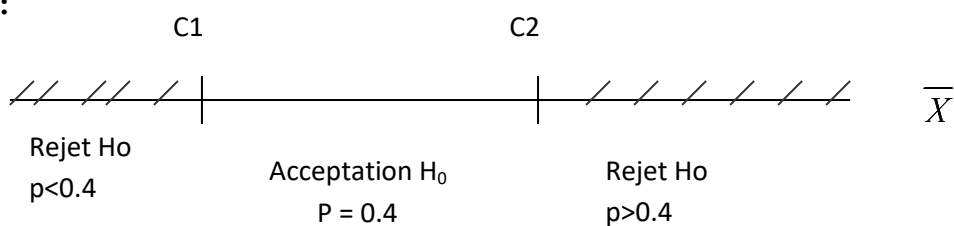
$$f \rightarrow N(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}) \text{ d'où } \frac{f - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \rightarrow N(0,1)$$

le test d'hypothèse consiste à vérifier si la proportion des clients influencés par la marque est égale ou non à 0.4 (2/5). Il s'agit donc d'un test bilatéral sur la proportion qui s'exprime ainsi :

$$\begin{cases} H_0 : p = 0.4 \\ H_1 : p \neq 0.4 \end{cases}$$

La règle de décision est donc rejet de H_0 si $f < c_1$ ou $f > c_2$

Axe :



$$\alpha = 0.01 \rightarrow \alpha/2 = 0.005 \rightarrow F(t_{\alpha/2}) = 0.995 \rightarrow t_{\alpha/2} = 2.58$$

$$\text{Avec } c_1 = p_0 - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0.4 - 2.58 \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{200}} = 0.3106$$

$$\text{et } c_2 = p_0 + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0.4 + 2.58 \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{200}} = 0.4894$$

$c_1 < f < c_2 \rightarrow$ on retient l'hypothèse H_0 selon laquelle 2 consommateurs sur 5 sont influencés par la marque.

Exercice 4

Soit p la proportion des pièces défectueuses et f la proportion empirique observée.

$$f = 11/100 = 0.11$$

$$f \rightarrow N(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}) \text{ d'où } \frac{f - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \rightarrow N(0,1)$$

le test d'hypothèse consiste à vérifier si la proportion des pièces défectueuses est égale à la valeur annoncée par le fournisseur de 0.07 ou supérieure à cette valeur (0.12). Il s'agit donc d'un test unilatéral à droite sur la proportion qui s'exprime ainsi :

$$\begin{cases} H_0 : p = 0.07 \\ H_1 : p > 0.07 \end{cases}$$

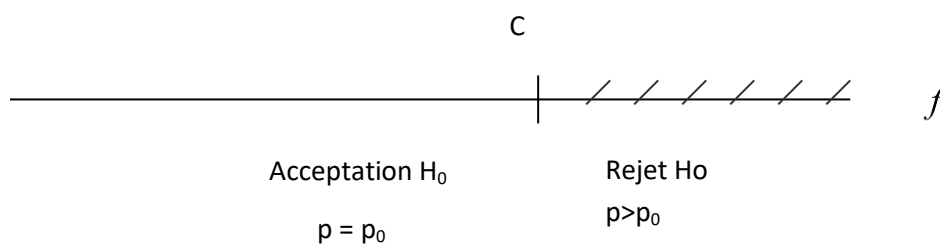
La règle de décision est donc rejet de H_0 si $f > c$.

$$\text{avec } c = p_0 + t_\alpha \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

$$\alpha = 0.01 \rightarrow F(t_\alpha) = 0.99 \rightarrow t_\alpha = 2.33$$

$$c = 0.07 + 2.33 \sqrt{\frac{0.07 \times 0.93}{100}} = 0.1294$$

Axe :



$f = 0.11 < c \rightarrow$ on accepte l'hypothèse H_0 selon laquelle la proportion affirmée par le fournisseur est exacte.

Exercice 5

Soit f_1 la proportion observé sur l'échantillon des pièces acceptable du fournisseur étranger et

f_2 la proportion observé sur l'échantillon des pièces acceptable du fournisseur local.

$$f_1 = 0.9 \text{ et } f_2 = 0.7.$$

$$\frac{(f_1 - f_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \rightarrow N(0,1)$$

$$\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \rightarrow p_1 - p_2 = 0 \\ H_1 : p_1 > p_2 \rightarrow p_1 - p_2 > 0 \end{cases}$$

Sous l'hypothèse H_0 les valeurs p_1 et p_2 sont inconnus mais supposées égales à une valeur commune p . on obtient une estimation de cette valeur en combinant les observations dans chaque échantillon.

$$\text{D'où } p = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2} = \frac{0.9 \times 100 + 0.7 \times 80}{100 + 80} = 0.8111$$

$$\frac{(f_1 - f_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \rightarrow N(0,1)$$

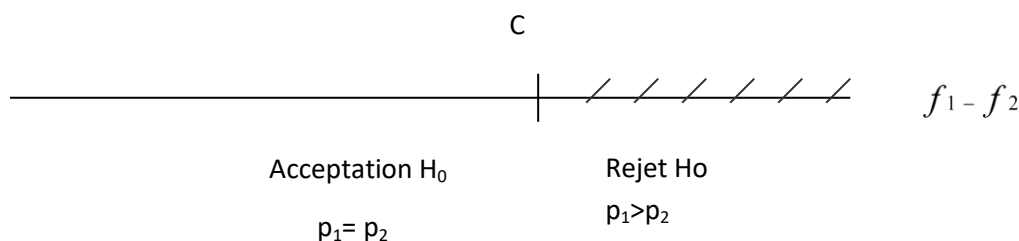
La règle de décision est donc le rejet de H_0 si $f_1 - f_2 > c$.

$$\text{Avec } c = t_{\alpha} \sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$\alpha = 0.01 \rightarrow F(t_{\alpha}) = 0.99 \rightarrow t_{\alpha} = 2.33$$

$$c = 2.33 \sqrt{0.811 \times 0.189 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{80}\right)} = 0.1368$$

Axe et règle de décision



$f_1 - f_2 = 0.9 - 0.56 = 0.34 > c \rightarrow$ on rejette H_0 (la proportion des pièces acceptables est plus élevée chez le fournisseur étranger).

Axe et règle de décision

$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 = 500 - 400 = 50 > c_2 \rightarrow$ on rejette l'hypothèse $H_0 \rightarrow$ Les dépenses des touristes allemands sont différents de ceux des touristes français.